

M.I. ISROILOV

HISOBLASH METODLARI

I qism

(Qayta ishlangan ikkinchi nashri)

O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim,
fan va innovatsiyalar vazirligi oliy o'quv yurtlari
talabalari uchun darslik sifatida tavsiya etgan

TOSHKENT - 2025

UO'K 519.6(075.8)
KBK 22.19ya73
I-82

Isroilov, M.I. Hisoblash metodlari I qism [Matn] / M.I. Isroilov. – Tashkent: O'qituvchi nashriyoti, 2025.- 520 b.

Taqrizchilar:

M.M. Aripov – Fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Respublikasida xizmat ko'rsatgan ta'lim xodimi.

A.R. Hayotov – O'zR FA V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining Hisoblash matematikasi laboratoriyasi mudiri, fizika-matematika fanlari doktori, professor.



Mundarija

M.Isroilovning "Hisoblash metodlari" nomli kitobiga so'zboshi	9
So'zboshi	11
Kirish	13
0.1 Hisoblash matematikasining qisqacha tarixi, predmeti va metodi	13
0.1.1 Hisoblash matematikasining predmeti	16
0.1.2 Hisoblash matematikasining metodi	17
0.2 Hozirgi zamon hisoblash mashinalari va sonli metodlar nazariyasi, ularning o'zaro aloqasi va ta'siri	18
0.2.1 Analogli yoki modellovchi hisoblash mashinalari	18
0.2.2 Raqamli hisoblash mashinalari	19
1 MASALALARNI SONLI YECHISHDAGI NATIJANING XATOSI	24
1.1 Xatolar manbayi	24
1.2 Hisoblash xatosi	27
1.3 Yo'qotilmas xato	28
1.3.1 Absolyut va nisbiy xatolar	28
1.3.2 Funksiyaning yo'qotilmas xatosi	31
1.3.3 Arifmetik amallar va logarifmlashning xatosi	32
1.3.4 Ishonchli raqamlar sonini hisoblash qoidasi	35
Mashqlar	37
2 TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH	39
2.1 Ildizlarni ajratish	39
2.1.1 Umumiy mulohazalar	39
2.1.2 Algebraik tenglamalarning haqiqiy ildizlarini ajratish	43

2.2	Ko'phad va uning hosilalari qiymatlarini hisoblash hamda ko'phadni kvadratik uchhadga bo'lish	49
2.2.1	Gorner sxemasi	50
2.2.2	Ko'phad hosilalarining qiymatini hisoblash	51
2.2.3	Ko'phadni kvadratik uchhadga bo'lgandagi bo'linma va qoldiqni topish	53
2.3	Tenglamalarni yechishda iteratsiya metodi	54
2.3.1	Oddiy iteratsiya metodi	54
2.3.2	Vegsteyn metodi	62
2.3.3	Hisoblash xatosining iteratsion jarayonning yaqinlashishiga ta'siri	65
2.4	Qisqartirib aks ettirish prinsipi. Iteratsiya metodining umumiy nazariyasi haqida tushuncha	68
2.4.1	Metrik fazo haqida tushuncha	68
2.4.2	Qisqartirib aks ettirish prinsipi	72
2.4.3	Chiziqli bo'lmagan tenglamalar sistemasini iteratsiya metodi bilan yechish	74
2.5	Tenglamalarni yechishning yuqori tartibli iteratsion metodlari	80
2.5.1	Umumiy mulohazalar	80
2.5.2	Chebisev metodi	81
2.5.3	Eytken metodi	84
2.6	Nyuton metodi	86
2.6.1	Bitta sonli tenglama bo'lgan hol	86
2.6.2	Nyuton metodining yaqinlashishi haqidagi teoremlar	88
2.6.3	Karrali ildizlar uchun Nyuton metodi	99
2.6.4	Modifikatsiyalangan Nyuton metodi	100
2.6.5	Vatarlar metodi	102
2.6.6	Kompleks ildiz	105
2.6.7	Tenglamalar sistemi uchun Nyuton metodi	107
	Mashqlar	111

3	CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISH	113
3.1	Dastlabki ma'lumotlar	113
3.2	Noma'lumlarni yo'qotish	115
3.2.1	Gauss metodi	115
3.2.2	Bosh elementlar metodi	122
3.2.3	Optimal yo'qotish metodi	123
3.2.4	Determinantni hisoblash	127

3.2.5	Matritsalarining teskarisini topish	128
3.3	Kvadrat ildizlar metodi	131
3.4	Aylantirishlar metodi	137
3.5	Ortogonalashtirish metodi	142
3.6	Akslantirishlar metodi	147
3.7	Chiziqli algebradan ayrim ma'lumotlar	154
3.7.1	Vektor va matritsalarining normalari	155
3.7.2	Vektorlar va matritsalar ketma-ketliklarining yaqinlashishlari	162
3.7.3	Matritsali geometrik progressiyaning yaqinlashishi	165
3.8	Iteratsion metodlar	170
3.8.1	Iteratsion jarayonni qurish prinsiplari	171
3.8.2	Oddiy iteratsiya metodi	172
3.8.3	Zeydel metodi	180
3.9	Gradiyentlar (eng tez tushish) metodi	187
3.10	Qo'shma gradiyentlar metodi	194
3.11	Minimal farqlar metodi	200
	Mashqlar	202

4 MATRITSALARNING XOS SON VA XOS VEKTORLARI

205

4.1	Umumiy mulohazalar	205
4.2	Krilov metodi	208
4.2.1	Matritsalarining minimal ko'phadlari	209
4.2.2	Minimal ko'phadni topish	210
4.2.3	Matritsaning xos vektorlarini topish	213
4.3	Lansosh metodi	216
4.3.1	Xos ko'phadni topish	216
4.3.2	Xos vektorlarni topish	222
4.4	Danilevskiy metodi	224
4.4.1	Danilevskiy metodidagi noregulyar hol	228
4.4.2	Danilevskiy metodi bilan xos vektorni hisoblash	230
4.5	Lever'e metodi	234
4.6	Faddeyev metodi	238
4.7	Noaniq koeffitsiyentlar metodi	240
4.8	Hoshiyalash metodi	243
4.9	Xos sonlarning qisman muammosini yechishning iteratsion metodlari	246
4.9.1	Eng katta xos son va unga mos keladigan xos vektorni topishda darajali metod	247

4.9.2	Ikkinchi xos son va unga mos keladigan xos vektorni topish	255
4.10	Musbat aniqlangan simmetrik matritsaning xos sonlari va xos vektorlarini aniqlash	256
4.11	Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi yechishda iteratsiya metodining yaqinlashishini tezlashtirish	261
4.12	Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi taqribiy yechimi-ning xatosini baholash va matritsalarining shartlanganligi	265
4.12.1	Matritsa va sistemaning shartlanganligi tushunchasi	266
4.12.2	Xatoliklar vektori $\bar{\epsilon}$ ni baholash	269
	Mashqlar	271
5	FUNKSIYALARNI INTERPOLYATSIYALASH	273
5.1	Masalaning qo'yilishi	273
5.2	Interpolyatsion ko'phadlarning mavjudligi va yagonaligi. Lagranj interpolyatsion formulasi	274
5.3	Eytken sxemasi	278
5.4	Lagranj interpolyatsion formulasining qoldiq hadini baholash	280
5.5	Interpolyatsion formulalar qoldiq hadlarini minimal-lashtirish va Chebishev ko'phadlari	281
5.6	Bo'lingan ayirmalar va ularning xossalari	284
5.7	Nyutonning bo'lingan ayirmali interpolyatsion formulasi	286
5.8	Chekli ayirmalar va ularning xossalari	289
5.9	Tugunlar teng uzoqlikda joylashgan hol uchun Nyuton in-terpolyatsion formulalari	297
5.10	Gauss, Stirling, Bessel va Everett interpolyatsion formulalar	300
5.11	Teng qadamli interpolyatsion formulalarni qo'llash uchun tavsiyalar	308
5.12	Interpolyatsion jarayonning yaqinlashishi	310
5.13	Karrali tugunlar bo'yicha interpolyatsiyalash. Ermit formu-lasi	313
5.14	Jadval tuzishda interpolyatsiyani qo'llash	320
5.15	Teskari interpolyatsiya. Tenglamalarni yechish	324
5.16	Sonli differensiallash	329
5.16.1	Umumiy mulohazalar	329
5.16.2	Lagranj interpolyatsion ko'phadi yordamida sonli differensiallash	332
5.16.3	Nyuton formulasi yordamida sonli differensiallash	334
5.16.4	Aniqmas koeffitsiyentlar metodi	336
	Mashqlar	337

6	FUNKSIYALARNING YAQINLASHISHI	340
6.1	Masalaning qo'yilishi	340
6.2	Oraliqda algebraik ko'phadlar orqali o'rta kvadratik yaqinlashish	344
6.3	Ortogonal ko'phadlar sistemasi	349
6.4	Ortogonal ko'phadlarning asosiy xossalari	353
6.4.1	Ortogonal ko'phadlar uchun rekurrent munosabatlar	353
6.4.2	Kristofel-Darbu ayniyati	354
6.4.3	Ortogonal ko'phadlar nollarining xossalari	355
6.5	Eng ko'p qo'llaniladigan orthogonal ko'phadlar sistemalari	356
6.5.1	Yakobi ko'phadlari	356
6.5.2	Lejandr ko'phadlari	357
6.5.3	Chebisevning birinchi tur ko'phadlari	359
6.5.4	Chebisevning ikkinchi tur ko'phadlari	361
6.5.5	Lagerr ko'phadlari	364
6.5.6	Ermit ko'phadlari	365
6.6	Trigonometrik ko'phadlar bilan o'rta kvadratik ma'noda yaqinlashish	366
6.7	Jadval bilan berilgan funksiyalarni o'rta kvadratik ma'noda yaqinlashtirish	368
6.7.1	Darajali ko'phad bilan o'rta kvadratik yaqinlashtirish	368
6.7.2	Trigonometrik ko'phadlar yordamida o'rta kvadratik yaqinlashish	373
6.8	Eng yaxshi tekis yaqinlashuvchi algebraik ko'phadlar	376
6.9	Splayn-funksiyalar bilan yaqinlashish	386
6.9.1	Splayn-funksiyaning ta'rifi	386
6.9.2	Interpolyatsion kubik splaynlarni qurish	387
	Mashqlar	391
7	INTEGRALLARNI TAQIRIBIY HISOBLASH	394
7.1	Aniq integrallarni taqirbiy hisoblash masalasi	394
7.2	Interpolyatsion kvadratur formulalar	398
7.2.1	Eng sodda kvadratur formulalar: to'g'ri to'rtburchak, trapetsiya va Simpson formulalari	398
7.2.2	To'g'ri to'rtburchak, trapetsiya va Simpson formulalarining qoldiq hadlari	401
7.2.3	Interpolyatsion kvadratur formulalar	403
7.2.4	Nyuton - Kotes kvadratur formulalari	408
7.2.5	Umumlashgan kvadratur formulalar	410

7.3	Algebraik aniqlik darajasi eng yuqori bo'lgan formulalar . . .	414
7.3.1	Gauss tipidagi kvadratur formulalar	414
7.3.2	Gauss tipidagi kvadratur formula koeffitsiyentlari- ning xossasi	416
7.3.3	Gauss tipidagi kvadratur formulalarning qoldiq hadi	417
7.3.4	Gauss tipidagi kvadratur formulalarning yaqinlashishi	418
7.4	Davriy funksiyalarni integrallash	420
7.5	Gauss tipidagi kvadratur formulaning xususiy hollari	423
7.5.1	Gauss kvadratur formulasi	423
7.5.2	Meler kvadratur formulasi	430
7.6	Chebyshev kvadratur formulasi	433
7.7	Optimal kvadratur formulalar	437
7.8	Kvadratur formulalarning aniqligini o'rttirish	446
7.8.1	Bernulli sonlari va ko'phadlari	447
7.8.2	Ixtiyoriy funksiyalarni Bernulli ko'phadlari orqali tasvirlash	454
7.8.3	Eyler-Makloren formulasi	457
7.9	Kvadratur formulalarni qo'llash to'g'risida ayrim muloha- zalar. Runge qoidasi	462
7.10	Integrallanuvchi funksiyaning maxsusligini susaytirish . . .	468
7.10.1	Vazn funksiyasini ajratish	469
7.10.2	Additiv usul	470
7.10.3	Bo'laklab integrallash	472
7.11	Chekli-ayirmali tenglamalar	473
7.12	Aniqmas integrallarni hisoblash	483
7.12.1	Masalaning qo'yilishi	483
7.12.2	Hisoblash xatosi va yaqinlashish	485
7.12.3	Jadval ko'rinishida berilgan funksiyalarni integrallash	493
7.13	Kubatur formulalar	496
7.13.1	Kvadratur formulalarni ketma-ket qo'llash	496
7.13.2	Interpolyatsion kubatur formulalar	502
7.14	Statistik sinov metodi (Monte-Karlo metodi)	503
7.15	Singulyar integrallarni taqribiy hisoblash	507
7.15.1	Singulyar integral tushunchasi	507
7.15.2	Gilbert yadroli singulyar integrallarni taqribiy hisoblash	510
	Mashqlar	513